

基于约束模态综合法的非比例阻尼系统 地震响应分析¹

王菲 姜忻良

(天津大学建工学院, 天津 300072)

摘要 为提高大型复杂结构体系的计算效率, 在深入分析约束模态综合法原理的基础上, 论述了非比例阻尼体系中约束模态综合法对阻尼矩阵的处理方法, 并探讨了如何缩减对接界面自由度的问题。同时, 通过算例详细说明了该方法在高层建筑结构动力时程分析中的应用。计算结果表明, 在利用约束模态综合法求解非比例阻尼体系的动力问题时, 文中所采用的阻尼矩阵的处理方法是有效的, 与有限元直接法相比具有很好的精度。对于地基土-高层建筑结构体系的地震响应分析问题而言, 缩减对接界面自由度的约束模态综合法可达到很好的计算精度, 能够更大程度的提高计算效率, 为大型复杂结构的动力时程分析研究和工程应用提供了一定的依据和方便。

关键词: 非比例阻尼体系 地震响应分析 约束模态综合法 土与结构相互作用 对接界面 缩减

引言

结构动力分析的子结构方法有多种, 按照子结构的对接方式的不同, 可以分为直接对接的子结构模态综合法和间接对接的子结构模态综合法。按照子结构边界条件的不同, 又可以分为约束模态综合法、自由界面模态综合法和混合界面模态综合法等 (Craig 等, 1976)。在各类子结构方法中, 约束模态综合法 (简称“CMS 法”) 由于概念清晰, 易于理解, 不会出现悬浮子结构, 并且在计算过程中自由度较少, 具有较高的计算效率, 因此应用较为广泛。然而, 约束模态综合法的一大缺点是, 在综合的过程中, 要求保留所有的对接界面上的广义坐标来进行动力计算, 这意味着对于大型复杂结构的综合而言, 光是对接自由度就有可能超出计算机的容量限制 (王文亮等, 1985)。为了克服上述缺点, 大体上可以采用两种途径: 第一, 减少子结构的个数, 以便减少对接界面的节点数; 第二, 利用进一步的坐标变换, 借以缩聚对接自由度数。对于前者, 减少子结构的个数就会使得子结构尺寸相对增大, 子结构变得相

¹ 基金项目 国家自然科学基金重大研究计划项目 (90815025); 国家自然科学基金项目 (50878143); 天津市应用基础及前沿技术研究计划项目 (09JCZDJC25300)

[收稿日期] 2010-03-27

[作者简介] 王菲, 女, 生于 1981 年。博士。现主要从事结构与土相互作用以及结构抗震研究。E-mail: wendy9724_cn@sina.com
姜忻良, 男, 生于 1951 年。教授, 博士, 博导。现主要从事地下工程及结构与土相互作用的研究。E-mail: jiangxinliang@126.com

对柔软, 为保证精度反而需要投入更多的子结构主模态进行综合, 很可能在子结构主模态的提取过程中就超出了计算机的存储能力。对于后者, 由于其具备较高的综合效率和计算精度, 现普遍被研究人员所采用, 具体方法有对接坐标主模态缩减法、Guyan 缩减法、Ritz 缩减法等 (Craig 等, 1976)。

另一方面, 在各种关于模态综合法问题的探讨中, 大都假设所研究的结构具有比例阻尼, 或称经典阻尼, 即结构具有经典正则模态, 而对于非比例阻尼系统的模态综合法却少有论述。然而, 具有比例阻尼特性的实际结构却是极少的, 一般结构都具有非比例阻尼特性 (李忠献等, 1992), 例如, 当结构的各个组成部分材料不同时, 各部分的吸能特性差异较大, 导致阻尼力在结构不同部分的分配与弹性力和惯性力的分配具有较大差异 (Clough 等, 1976), 因而不能假设结构具有比例阻尼特性; 当考虑结构与介质的相互作用时, 例如在研究土体与结构的相互作用问题中, 结构与地基土体的阻尼特性相差较大, 使得相互作用系统也不再具有比例阻尼特性。

基于上述考虑, 本文将在深入分析约束模态综合法原理与方法的基础上, 将其应用到地基土-高层建筑相互作用这一非比例阻尼体系的地震响应分析中, 并对子结构对接界面自由度的缩减方法进行探讨, 以期得到一些有益的结论。

1 约束模态综合法

约束模态综合法的子结构坐标变换矩阵由边界约束的子结构主模态以及约束模态组成。以 2 个子结构组成的体系为例, 首先分别对 2 个子结构进行模态分析, 提取各子结构的主模态 ϕ_n , 并截取 ϕ_n 的前 k 阶模态获得 ϕ_k , 再进一步提取各子结构的质量、刚度矩阵。由式 (1) 计算子结构的 ϕ_k 以形成约束模态矩阵 Φ_C 。

$$\phi_k = -K^{\Pi-1} K^{\text{IB}} \quad (1)$$

各子结构的位移可表示为:

$$\begin{Bmatrix} u^{\text{I}} \\ u^{\text{B}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_k & \phi_k \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_k \\ q_b \end{Bmatrix} = [\Phi_k \quad \Phi_C] \begin{Bmatrix} q_k \\ q_b \end{Bmatrix} = Tq \quad (2)$$

式中, T 为坐标变换矩阵。

又已知子结构在物理坐标下的运动方程为:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = f \quad (3)$$

将式 (2) 代入式 (3), 并在方程两端左乘以 T^{T} , 则有:

$$\bar{M}\ddot{q} + \bar{C}\dot{q} + \bar{K}q = \bar{f} \quad (4)$$

式中, \bar{M} 、 \bar{C} 、 \bar{K} 、 \bar{f} 分别为子结构的广义质量、广义阻尼、广义刚度和广义荷载矩阵。

结合对接界面上的位移协调条件, 再依照“对号入座”的装配方法, 将各个子结构的广义特性矩阵进行合并组装, 形成整体体系的特性矩阵, 进而求解整体体系的动力方程。求得广义坐标下的位移解后, 按照式 (2) 即可最终返回体系在物理坐标下的位移响应。

2 非比例阻尼体系的约束模态综合法

如果待分析的体系包括两个或两个以上具有明显不同阻尼水平的部分, 那么, 比例阻尼假设将不再适用, 如土体-结构相互作用系统就是这样一个例子。土体的振型阻尼比与结构相比通常差很多, 与结构的阻尼比 3% 到 5% 相比, 土体的阻尼比一般为 15% 到 20% (Chopra,

2001)。因此,比例阻尼假设将不适用于组合的土体-结构相互作用系统。下面就一个地基土-储油塔相互作用体系为例,来说明约束模态综合法在非比例阻尼体系中的应用。

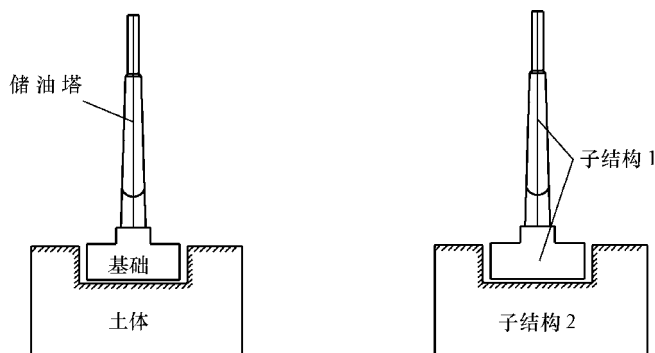


图 1 储油塔模型和子结构划分示意图

Fig.1 Diagram of the storage tower and its substructures

为了给整体结构的不同部件赋予不同的阻尼特性,在运用约束模态综合法的过程中,应将具有相同阻尼比的部件划为一个子结构,以保证每个子结构中只包含同一阻尼水平的部件。图 1 中的储油塔和基础为钢筋混凝土结构,具有相同的阻尼比,因此在划分子结构时,将储油塔以及基础部分划分为子结构 1;结构周围土体的阻尼特性与结构相比有较大差异,因此将土体划分为一个子结构,即子结构 2(也可将土体划分为多个子结构,这里为了简便,仅划分为一个子结构)。

首先,分别对两个子结构进行边界约束条件下的模态分析,提取各子结构的主模态 ϕ_n ,并截取 ϕ_n 的前 k 阶模态获得 ϕ_k 。再建立各个子结构在原始约束条件下的质量矩阵 \mathbf{M} 和刚度矩阵 \mathbf{K} ,进一步按照式(1)计算 ϕ_k ,以形成约束模态矩阵 Φ_c 。

对于各子结构的阻尼矩阵,从原理上讲可以采用 Rayleigh 阻尼、Caughey 阻尼等方法来建立。而对于实际分析, Rayleigh 阻尼往往是最方便的。取子结构 1(结构)的阻尼比 $\zeta_1 = 0.05$,子结构 2(土体)的阻尼比 $\zeta_2 = 0.17$,这里假设各子结构的两个振型具有相同的阻尼比。计算整体体系的前两阶频率 ω_1 、 ω_2 ,再分别针对各个子结构求出 Rayleigh 阻尼系数 α_i 、 β_i :

$$\alpha_i = \frac{2\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \zeta_i, \quad \beta_i = \frac{2}{\omega_1 + \omega_2} \zeta_i \quad i=1,2 \quad (5)$$

建立两个子结构的阻尼矩阵:

$$\mathbf{C}_i = \alpha_i \mathbf{M}_i + \beta_i \mathbf{K}_i \quad i=1,2 \quad (6)$$

至此,就得到了各个子结构的初始质量、刚度和阻尼矩阵。下面,按照式(2)形成各子结构的坐标变换矩阵 \mathbf{T}_i ,再将

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{T}_i \mathbf{q}_i \quad (7)$$

代入到子结构在物理坐标下的运动方程中,得到:

$$\bar{\mathbf{M}}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + \bar{\mathbf{C}}_i \dot{\mathbf{q}}_i + \bar{\mathbf{K}}_i \mathbf{q}_i = \bar{\mathbf{f}}_i \quad (8)$$

其中: $i=1,2$; $\bar{\mathbf{M}}_i = \mathbf{T}_i^T \mathbf{M}_i \mathbf{T}_i$ 、 $\bar{\mathbf{C}}_i = \mathbf{T}_i^T \mathbf{C}_i \mathbf{T}_i$ 、 $\bar{\mathbf{K}}_i = \mathbf{T}_i^T \mathbf{K}_i \mathbf{T}_i$ 分别为子结构的广义质量、广义阻尼、广义刚度矩阵。

子结构的广义荷载矩阵为:

$$\bar{\mathbf{f}}_i = \mathbf{T}_i \mathbf{f}_i = -\mathbf{M}_i \mathbf{R} \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (9)$$

式中, $\ddot{\mathbf{u}}_g$ 为地震波加速度; \mathbf{R} 为地震荷载位置矩阵。

依照“对号入座”的方式形成整体体系的广义质量、刚度、阻尼和荷载矩阵。此时, 为了去掉广义坐标中不独立的对接界面自由度, 还需要进行第二次坐标变换:

$$\mathbf{q} = \mathbf{S} \mathbf{p} \quad (10)$$

将式(10)代入到整体体系的运动方程中, 并且方程左乘 \mathbf{S}^T , 进一步求解该方程, 可得体系在广义坐标系下的位移时程, 最后通过式(2)、式(10)即可求得体系的位移响应。

3 对接界面自由度的缩减

由于在约束模态综合法中, 对接界面坐标直接成为整体系统的广义坐标, 因此, 利用约束模态法对大型复杂结构进行分析时, 对接界面坐标往往很多, 使得求解规模仍然很大, 因而尽可能地缩减对接界面自由度成为进一步提高约束模态法综合效率的努力方向(楼梦麟, 1997)。改进的方法有多种, 本文主要采用了由 Craig 等(1976)提出的对接界面坐标的主模态缩减法。

对于非比例阻尼系统, 通过两次坐标变换后, 获得了整体体系的运动方程:

$$\tilde{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{p}} + \tilde{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{p}} + \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{p} = \tilde{\mathbf{f}} \quad (11)$$

其中, 广义刚度、质量矩阵按照内部节点和对接边界节点分块, 由对应于对接界面坐标 \mathbf{p}_B 的子矩阵 $\tilde{\mathbf{K}}_{BB}$ 和 $\tilde{\mathbf{M}}_{BB}$ 组成一个新的广义特征值问题:

$$(\tilde{\mathbf{K}}_{BB} - \lambda_B \tilde{\mathbf{M}}_{BB}) \mathbf{R}_B = \mathbf{0} \quad (12)$$

求解出其主模态 \mathbf{R}_B 并截取前 m 阶得到 \mathbf{R}_m , 即对接界面位移的坐标变换矩阵, 则有:

$$\mathbf{p}_B = \mathbf{R}_m \hat{\mathbf{p}} \quad (13)$$

由此导致系统进行第三次坐标变换:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{p}_I \\ \mathbf{p}_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{p}_I \\ \hat{\mathbf{p}} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

至此, 通过第三次坐标变换, 对接界面上的自由度也大为缩减。这对于大型复杂结构而言, 当不能通过简单的减少子结构数量来降低对接界面自由度数时, 不失为一种解决办法。下面就以一个地基土-高层建筑结构相互作用体系为例, 考虑体系的非比例阻尼特性并缩减对接界面的自由度数, 对该体系进行地震响应分析, 进而检验该方法的计算精度以及计算效率。

4 地基土-高层建筑结构地震响应分析算例

地基土-高层建筑结构体系由于土体和结构具有不同的阻尼特性, 因此属于非比例阻尼问题的范畴。现对一个 15 层 3 跨框架结构进行地震响应分析, 层高 3.2m, 跨度 6m。柱截面尺寸为 600mm×600mm, 梁截面为 300mm×600mm, 各层楼面质量 19600kg。承台高 2m, 宽 18m。土体区域沿承台两侧宽度各取 161m, 沿深度方向取 52m。计算模型的子结构划分方法如图 2 所示。

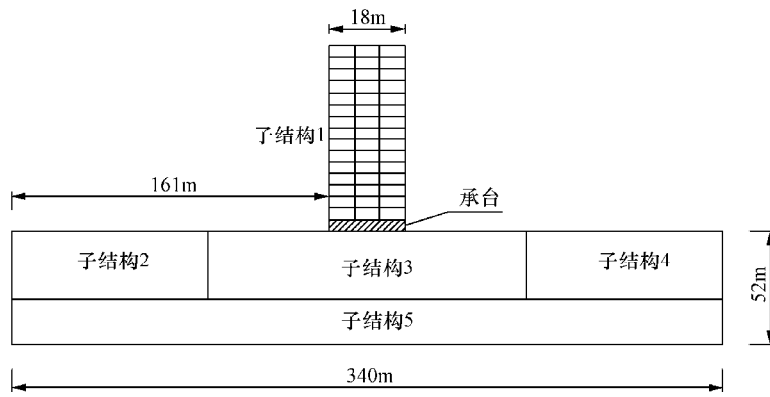


图 2 子结构示意图

Fig. 2 Diagram of the substructure

首先, 在均考虑非比例阻尼的情况下, 采用两种方法进行对比分析: 有限元直接法; 约束模态综合法。对于计算结果将从两个方面进行考察, 即计算精度和计算效率。图 3 所示为由两种方法计算所得的框架结构顶层的节点位移时程曲线、速度时程曲线和加速度时程曲线。从图 3 可以看出, 约束模态综合法能够很好地考虑非比例阻尼体系的问题, 与有限元直接法相比有较好的计算精度。

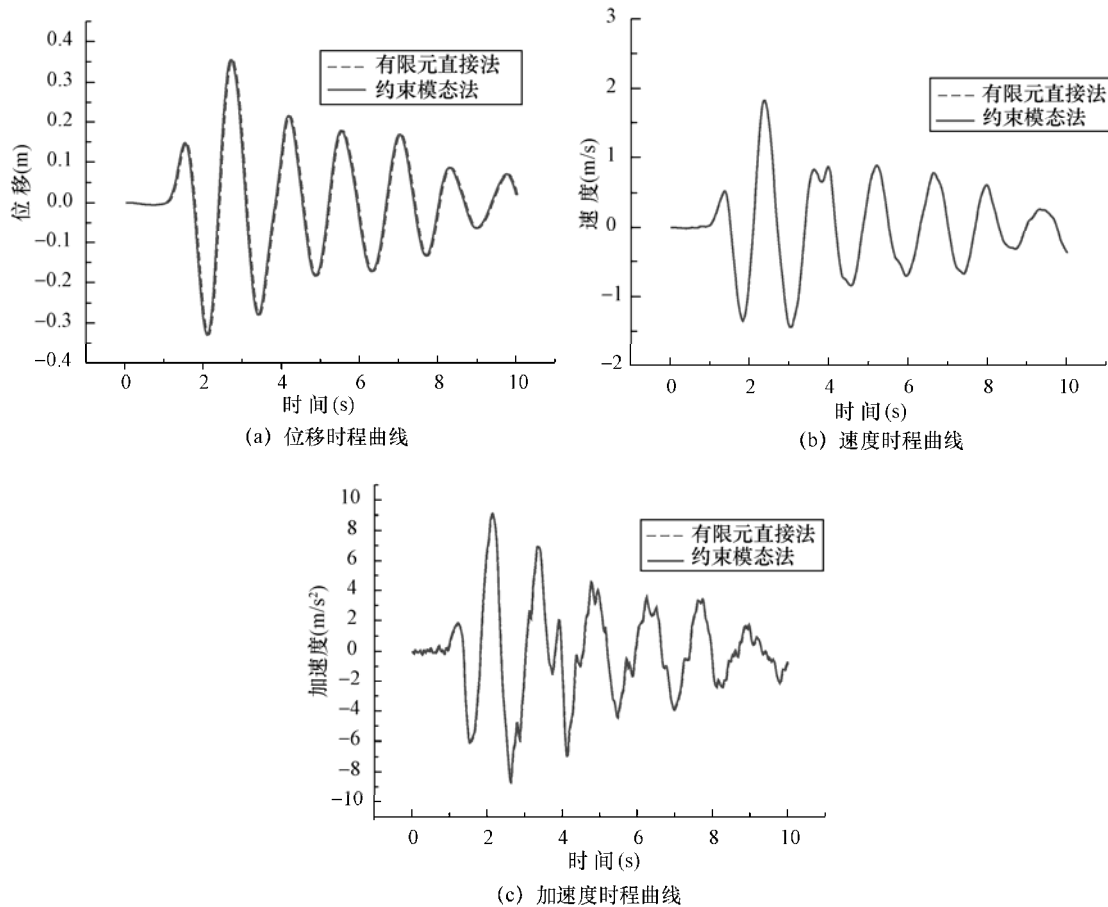


图 3 位移、速度、加速度时程曲线图

Fig. 3 Time history curves of displacement, velocity and acceleration

下面对于缩减对接界面自由度的约束模态综合法的计算效率进行对比分析。采用 3 种方法：有限元直接法；约束模态综合法；缩减对接界面自由度的约束模态综合法。对于上述 3 种方法的计算时间分别列于表 1 中。

表 1 3 种方法的计算时间对比

Table 1 Computing times of three methods

方 法	方法一	方法二	方法三
计算时间 (s)	19800	170.1	157.8

由表 1 可知，对于具有 1754 个节点、3572 个自由度的体系而言，采用约束模态综合法的动力分析具有极高的计算效率，仅仅用时 170.1s 就完成了计算，相比采用有限元直接法计算所需的 5—6 个小时而言，无疑有了很大的提高；而采用缩减对接界面自由度的约束模态综合法后，计算效率仍然有一定幅度的提高，当所研究的问题更为复杂、对接界面自由度数量更为庞大时，这种缩减对接界面自由度的约束模态综合法的优势就会更加明显。这里还给出了采用该方法进行动力时程分析的程序框，如图 4 所示。

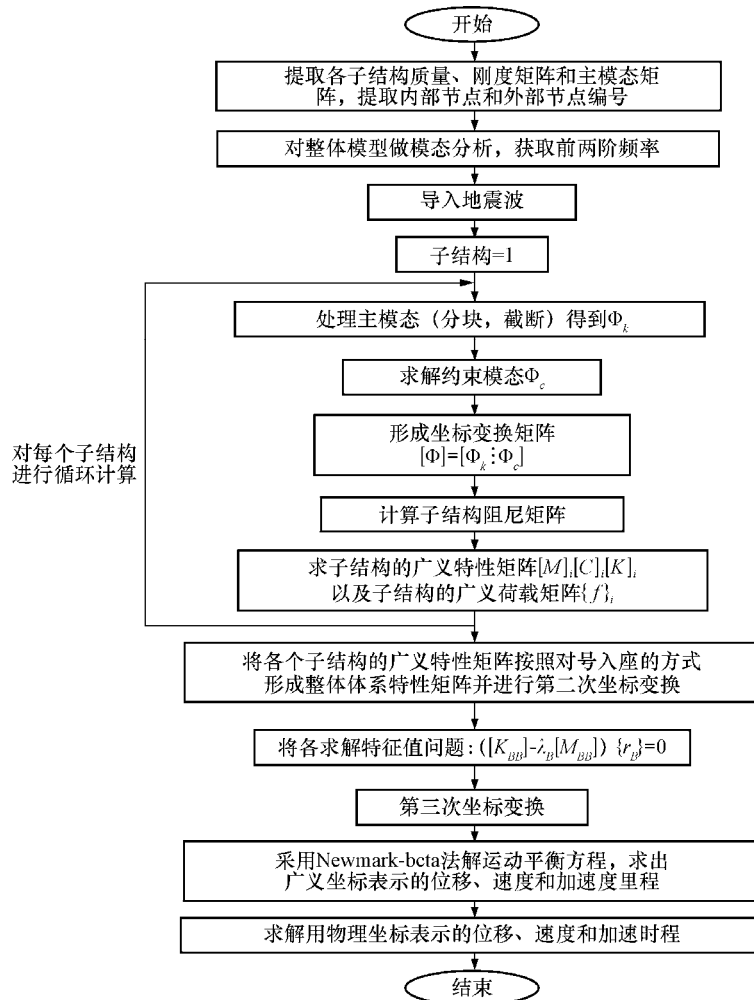


图 4 程序框图

Fig. 4 The flowchart of CMS method

图 5 给出了利用方法一和方法三计算得到的框架顶层节点的位移时程、速度时程以及加速度时程曲线。

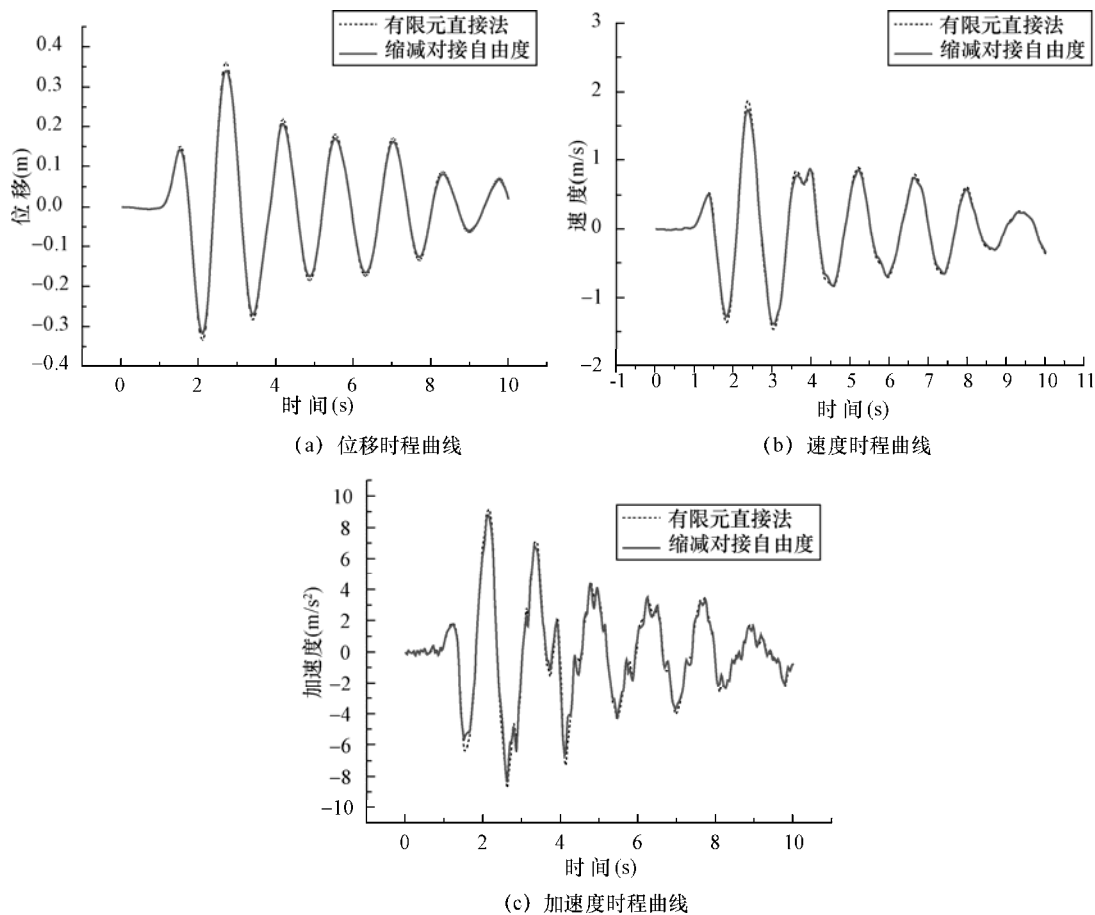


图 5 位移、速度、加速度时程曲线

Fig. 5 Time history curves of displacement, velocity and acceleration

由图 5 对比可知,对于地基土-高层建筑结构这一非比例阻尼体系而言,约束模态综合法以及缩减对接界面自由度的约束模态法均有较好的计算精度。约束模态法完全可以用于分析具有非比例阻尼特性的结构体系,并且缩减了对接界面自由度后的约束模态法还具有更高的计算效率,在更大限度地降低计算成本的同时,还具备了极好的求解精度,适用于大型复杂结构的动力分析问题的研究。

5 结语

本文在深入分析约束模态综合法原理的基础上,提出了非比例阻尼体系中约束模态综合法对阻尼矩阵的处理方法,并探讨了如何缩减对接界面自由度的问题。同时,通过算例详细说明了其在高层建筑结构动力时程分析中的应用并对比了多种方法,得到了以下几点结论:

(1) 提出的非比例阻尼体系中约束模态综合法对阻尼矩阵的处理方法是有效的,与有限元直接法相比具有很好的精度。约束模态综合法适用于具有非比例阻尼特性的结构体系。

(2) Craig 等(1976)提出的对接界面自由度缩减方法适用于地基土-高层建筑相互作用体系的地震响应分析,能够大幅提高计算效率。对于分析的结构体系越复杂、对接界面自由

度越庞大, 这种缩减方法就越有效。

(3) 本文的研究成果为研究约束模态法考虑地基土-高层建筑结构相互作用的抗震分析提供了一定的依据和方便。

参考文献

- 李忠献, 何玉傲, 1992. 非经典阻尼结构动力分析模态综合法论述. 工程力学, **9** (1): 51—58.
- 楼梦麟, 1997. 结构动力分析的子结构方法. 上海: 同济大学出版社.
- 王文亮, 杜作润, 1985. 结构振动与动态子结构方法. 上海: 复旦大学出版社.
- Chopra Anil K., 2001. Dynamics of structures: theory and applications to earthquake engineering, second edition. Berkeley: University of California, 454—464.
- Craig Jr R.R., Chang C., 1976. A review of substructure coupling methods for dynamic analysis. Advances in Engineering Science, **2**: 393—408.
- Clough Ray W., Soheil Mojtatedi, 1976. Earthquake response analysis considering non-proportional damping. Earthquake Engineering and Structural Dynamic, **4**: 489—496.

Seismic Analysis for Non-proportional Damped System by Constrained Mode Synthesis Method

Wang Fei and Jiang Xinliang

(School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract In order to improve computational efficiency of complicated large-scale structures, based on constrained mode synthesis theory, this paper presents the method of forming the damping matrix by constrained mode synthesis method in a non-proportional damped system, and the reduction method of degree of freedom on the interface is also introduced. Furthermore, the method is used in an dynamic response analysis of multi-story building. The results show that the proposed method of forming the damping matrix by constrained mode synthesis method in a non-proportional damped system is effective and has a good accuracy comparing with finite element method. For solving problem of seismic analysis of soil-structure system, the proposed reduction method of degree of freedom on the interface of constrained mode synthesis method is accurate and could improve the efficiency largely. It provides a reference and convenience for dynamic response analysis or engineering applications of complicated large-scale structures.

Key words: Non-proportional damped system; Seismic response analysis; Constrained mode synthesis; Soil-structure interaction; Interface; Reduction