

陈相成, 闫维明, 李洪泉, 彭凌云, 2016. 地震作用下多层剪切型组合结构的合理综合阻尼比取值探讨. 震灾防御技术, 11 (2): 283—296. doi: 10.11899/zzyf20160211

地震作用下多层剪切型组合结构的合理 综合阻尼比取值探讨¹

陈相成 闫维明 李洪泉 彭凌云

(北京工业大学 工程抗震与结构诊治北京市重点实验室, 北京 100124)

摘要 对于组合结构, 提出了一种新的基于单元瑞利阻尼模型的应变能振型阻尼比, 并证明了其在特定整体阻尼矩阵下与强迫解耦法的等价性; 推导了具有明确理论依据的综合阻尼比计算公式, 并基于相应的应变能振型阻尼比得出了结构的刚度综合阻尼比和瑞利综合阻尼比。分别采用复振型分解法和振型分解法对算例结构进行了地震荷载作用下的弹性时程分析, 结果表明, 瑞利综合阻尼比对于以剪切变形为主的多层组合结构具有良好的计算精度和适用性。

关键词: 组合结构 应变能阻尼 复振型分解法 瑞利综合阻尼比

引言

随着当代建筑功能不断增加、形体日趋复杂, 包含不同材料的组合结构体系正在得到广泛的应用(汪大绥等, 2010)。组合结构可以综合混凝土结构经济性好和钢结构便于施工的优点, 非常符合中国国情。很多机场航站楼、体育场馆等结构都采用了下部混凝土、上部钢结构的结构体系; 高层建筑经常采用钢框架混凝土核心筒的组合结构形式; 大量的工业厂房为满足使用要求被设计成钢—砼组合结构体系。除了常规结构外, 一些采用了减隔震系统的建筑结构, 也可简化为相应的组合结构模型进行计算(李创第等, 2003; 杜永锋等, 2012)。对于组合结构体系, 现行设计中通常按照经验取一个近似的综合阻尼比进行分析, 此方法简便易行, 但缺乏足够的理论依据, 若选取不当则会造成不可忽略的计算误差(杨全胜, 2013), 从而影响到结构的安全性, 故有必要对组合结构的综合阻尼比取值及相应的计算分析方法选取进行深入的研究。

本文首先简要介绍非比例阻尼结构常用的分析方法, 然后基于瑞利阻尼模型, 构造剪切型组合结构的阻尼矩阵并推导组合结构的振型阻尼比和综合阻尼比, 进而以两个五层结构作为算例, 用复振型分解法和振型分解法求解算例结构的地震时程响应, 评价简化方法的精度。最后, 研究组合结构综合阻尼比随结构参数的变化规律并给出相应的设计建议。

¹ 基金项目 国家自然科学基金(51478023); 北京市教育委员会科技计划面上项目(KM20110005021)

[收稿日期] 2016-03-17

[作者简介] 陈相成, 男, 生于 1989 年。硕士研究生。主要从事建筑结构及工程减隔震研究。E-mail: cxc1357@126.com

1 组合结构阻尼问题的常用分析方法

在结构设计中，目前通常采用振型分解法进行线弹性动力分析。该方法需将待求解的 n 自由度结构按振型分解为 n 个单自由度结构求解。对于只包含单一材料的结构，阻尼问题的处理通常有两种思路：一是不构造整体结构的阻尼矩阵，所有振型均采用材料本身的阻尼比求解；二是按照瑞利阻尼假设，通过结构的质量和刚度矩阵来构造满足振型正交条件的阻尼矩阵，再通过振型向量解耦得到阻尼系数进行求解。对于包含多种材料的组合结构，则无法按照某一种材料的阻尼比确定整体结构的阻尼比，而构造得到的整体阻尼矩阵又通常是非比例阻尼矩阵，需采用不同于单一材料结构的处理方法，常用的方法如图 1 所示，下面将对这些方法进行简要介绍。

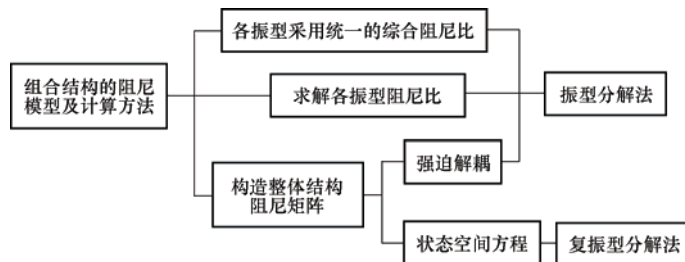


图 1 组合结构采用的阻尼模型及计算方法

Fig. 1 The damping model and calculation method of composite structure

(1) 近似比例阻尼法

近似比例阻尼法即完全不考虑组合结构阻尼矩阵的非比例特性，对所有振型按照经验采用一个近似的综合阻尼比，是实际结构设计中通常采用的方法。我国现行规范中关于组合结构的阻尼比取值按照《高层建筑混凝土结构技术规程（JGJ 3—2002）》（中华人民共和国行业标准，2002）规定为“组合结构在多遇地震下的阻尼比可取为 0.04”；《型钢混凝土组合结构技术规程（JGJ 138—2001）》（中华人民共和国行业标准，2001）中规定为“当全部结构构件均采用型钢混凝土结构，包括型钢混凝土框架和钢筋混凝土筒体组成的混合结构，其结构阻尼比宜取 0.04”；《空间网格结构技术规程（JGJ 7—2010）》（中华人民共和国行业标准，2010）中规定为“对于由混凝土结构支承的空间网格结构，阻尼比取钢和混凝土的中间值 0.03”。近似比例阻尼法带有相当的主观性，其误差难以控制：一方面，组合结构的种类繁多，难以给出一个能有效覆盖不同类型结构的阻尼比建议值；另一方面，即使对特定类型结构给出了建议的阻尼比，在实际工程中，每种材料所占的比例也常常变化较大。虽然近似比例阻尼法容易因为阻尼比的取值不当而造成较大误差，但也应该认识到此种方法具有理论和操作上的简明性，容易被设计人员接受；而对于规则的组合结构，通过选取合理的综合阻尼比完全可以达到较高的计算精度。因此，确定一种具有足够理论依据和精度的综合阻尼比取值方法是十分必要的。

(2) 应变能阻尼法

应变能阻尼法实际上是单自由度能量法在多自由度的推广，其假定各单元的阻尼矩阵与刚度矩阵成正比，进而利用能量法得到结构各阶振型的阻尼比（孙仁范等，2014）。日本学者武藤清（1984）在上世纪 70 年代就将应变能阻尼法应用于核电站设计中。该方法只需通过各单元的刚度矩阵和振型向量就可得到振型阻尼比，不必构造整体阻尼矩阵，具有原理简明且

易于实现的优点, 因此被现行设计软件所广泛采用, 但其对于复杂组合结构的精度和适用性仍有待于进一步的研究。

(3) 强迫解耦法

对于非比例阻尼结构, 可通过忽略耦合的模态阻尼矩阵的非对角线元素实现解耦, 从而将非比例阻尼问题转化为比例阻尼问题求解。该方法简单便捷, 具有一定的适用性, 但对于某些不规则结构(俞瑞芳, 2006)也会造成较大的误差。桂国庆(1994)从范数的角度给出了此种近似解耦方法的误差上限, 并估计了此体系精确解的范围。

(4) 复振型分解法

对于采用完整非比例阻尼矩阵的组合结构, 若想得到理论上的精确解, 则需将运动方程转化为状态空间形式, 采用复振型分解法进行求解。Foss(1958)于上世纪50年代首先提出了这种方法, 其后也有许多学者进行了多方面的研究(Harris C. M., 1946; Hurty W. C., 1994), 但由于该方法给出的计算结果中包含复数且计算量较大, 故在实际工程设计中应用较少。本文算例中将以该方法作为基准, 验证不同综合阻尼比的计算精度。

2 串并联剪切型组合结构的阻尼模型

2.1 串并联剪切型组合结构阻尼矩阵

在建筑结构的地震反应分析中, 目前普遍采用粘滞阻尼模型, 即假定阻尼力与结构的速度向量成线性关系。对于结构的阻尼矩阵则通常采用瑞利比例阻尼模型, 该模型假定结构的阻尼矩阵 \mathbf{C} 可以表示为结构质量矩阵 \mathbf{M} 和刚度矩阵 \mathbf{K} 的线性组合, 即:

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (1)$$

式中, α , β 是组合系数, 通常由下式决定:

$$\begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases} = \frac{2}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \begin{cases} \omega_i \omega_j (\xi_i \omega_j - \xi_j \omega_i) \\ \xi_j \omega_j - \xi_i \omega_i \end{cases} \quad (2)$$

式中, ω_i , ω_j 为结构的自振频率, 可按照党育等(2014)的建议, 选取最大两个等效质量对应的频率, 对于刚度均匀的结构, 一般取前两阶频率即可得到足够精确的结果; ξ_i 、 ξ_j 分别为结构 i 、 j 阶振型对应的阻尼比, 但在实际中更多的是按照结构材料取值, 如对于混凝土结构取 0.05, 钢结构取 0.02, 其他结构材料的取值可参考 Chopra(2005)的方法。对于单一材料的结构有 $\xi_i = \xi_j = \xi$, 将其带入式(2)得到:

$$\begin{cases} \alpha \\ \beta \end{cases} = \frac{2\xi}{\omega_i + \omega_j} \begin{cases} \omega_i \omega_j \\ 1 \end{cases} \quad (3)$$

瑞利阻尼矩阵为比例阻尼矩阵, 可以通过结构的无阻尼振型矩阵解耦, 进而采用振型分解法求解, 应用方便。研究表明, 基于瑞利阻尼理论, 由均匀材料组成的小阻尼结构完全适用于工程实际。但如果结构是由阻尼特性不同的材料构成, 则在式(2)中确定两个振型阻尼比 ξ_i 、 ξ_j 就会存在一定的困难, 导致难以确定比例阻尼矩阵 \mathbf{C} 。

在动力学有限元分析中, 构造结构整体阻尼矩阵时通常有整体法和单元法两种途径, 淡丹辉(2007)用一种统一的阻尼模型评价指标比较了两种方法的性能差异; 董军(2000)提出了一种新的基于单元层次的阻尼矩阵生成方法。对于剪切型组合结构, 这两种途径各有优势, 下面将基于瑞利阻尼模型, 按分区域和分单元两种方法集合形成剪切型组合结构的整体阻尼矩阵。

2.1.1 按照区域阻尼矩阵集成整体阻尼矩阵

我国《建筑抗震设计规范(GB 50011—2010)》(中华人民共和国国家标准, 2010)规定, 高度不超过 40m, 以剪切变形为主且质量和刚度沿高度分布比较均匀的结构可采用层间剪切结构模型计算。该模型假定每层梁、楼板平面内刚度无穷大, 将结构每一层质量(包括梁、柱、墙和板)集中在每层的楼面处, 形成层集中质量, 将每层抗侧力构件的刚度叠加在一起, 形成层总体抗侧刚度, 并认为结构每层只发生水平侧移而无杆件转动, 即每层仅有一个水平位移自由度。

一般的剪切型组合结构, 按照结构形式的不同, 可分为串联模型和并联模型两种, 如图 2。其他复杂的剪切型组合结构的计算模型均可由这两种模型组合得到。

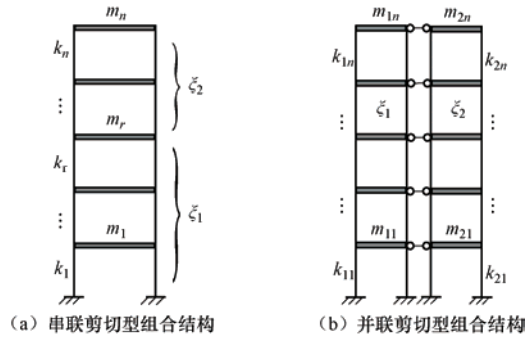


图 2 剪切型组合结构计算模型

Fig. 2 The caculation model of shearing type composite structure

(1) 串联剪切型组合结构阻尼模型对于串联剪切型组合结构, 可假设各子结构的阻尼矩阵均为瑞利阻尼, 进而组集得到整体阻尼矩阵。以包含两种材料子结构的层剪切模型为例, 其中第 1—r 层的阻尼比为 ξ_1 , 第 r+1—n 层的阻尼比为 ξ_2 , 整体结构的质量、刚度矩阵分别为:

$$M = \begin{bmatrix} M_1 & M_3 \\ M_4 & M_2 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} K_1 & K_3 \\ K_4 & K_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

其中,

$$M_1 = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_r \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} m_{r+1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_n \end{bmatrix}, \quad M_3 = M_4 = 0 \tag{5}$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & -k_{r-1} & k_{r-1} + k_r & -k_r & \\ & & & -k_r & k_r + k_{r+1} & \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} k_{r+1} + k_{r+2} & -k_{r+2} & & & & \\ -k_{r+2} & k_{r+2} + k_{r+3} & -k_{r+3} & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & -k_{n-1} & k_{n-1} + k_n & -k_n & \\ & & & -k_n & k_n & \end{bmatrix}$$

$$K_3 = K_4^T = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \\ -k_{r+1} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

可见, 子结构 1、2 的质量矩阵 \mathbf{M}_1 、 \mathbf{M}_2 、子结构 2 的刚度矩阵 \mathbf{K}_2 与一般剪切型结构的质量矩阵、刚度矩阵完全相同, 仅子结构 1 的刚度矩阵 \mathbf{K}_1 与层剪切结构的刚度矩阵在第 (r, r) 项元素多了一项 \mathbf{K}_{r+1} , 可将 \mathbf{K}_1 写为:

$$\mathbf{K}_1 = \bar{\mathbf{K}}_1 + \bar{\mathbf{K}}_r \quad (7)$$

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & -k_{r-1} & k_{r-1} + k_r & -k_r \\ & & & & -k_r & k_r \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{K}}_r = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & \vdots \\ \vdots & & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & k_{r+1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

将整体阻尼矩阵 \mathbf{C} 也写为 4 个子矩阵:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{C}_4 & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

对于子结构 1, 按照分区瑞利阻尼的叠加关系得到:

$$\mathbf{C}_1 = \alpha_1 \mathbf{M}_1 + \beta_1 \bar{\mathbf{K}}_1 + \beta_2 \bar{\mathbf{K}}_r \quad (10)$$

对于子结构 2, 由于 \mathbf{M}_2 、 \mathbf{K}_2 的表达式与一般剪切型结构完全相同, 故有:

$$\mathbf{C}_2 = \alpha_2 \mathbf{M}_2 + \beta_2 \mathbf{K}_2 \quad (11)$$

式 (10)、(11) 中的比例系数 α_1 、 β_1 和 α_2 、 β_2 可由式 (3) 确定。对于 \mathbf{C}_3 、 \mathbf{C}_4 , 由于 $\mathbf{M}_3 = \mathbf{M}_4 = 0$, 而 \mathbf{K}_3 、 \mathbf{K}_4 仅有一个非零元素 $-k_{r+1}$, 仍可按照瑞利阻尼模型得到:

$$\mathbf{C}_3 = \mathbf{C}_4^T = \beta_2 \mathbf{K}_3 \quad (12)$$

(2) 并联剪切型结构阻尼模型

对于并联剪切型组合结构模型, 可先分别得到两个子结构层剪切模型的质量和刚度矩阵 \mathbf{M}_1 、 \mathbf{M}_2 和 \mathbf{K}_1 、 \mathbf{K}_2 , 进而求和得到整体结构的质量和刚度矩阵 \mathbf{M} 和 \mathbf{K} :

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 \quad (13)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 \quad (14)$$

两个子结构阻尼矩阵均为瑞利阻尼矩阵:

$$\mathbf{C}_i = \alpha_i \mathbf{M}_i + \beta_i \mathbf{K}_i \quad (i=1,2) \quad (15)$$

子结构的比例系数同样可按照式 (3) 得到。整体阻尼矩阵亦为两个并联子结构阻尼矩阵之和:

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 \quad (16)$$

2.1.2 按单元阻尼矩阵集成整体阻尼矩阵

对于多种材料组成的组合结构, 假设每一种单一材料的阻尼比是已知的, 则整体结构可以看作由多个不同材料的杆件单元组合而成, 记单元 i 的阻尼比、质量矩阵和刚度矩阵分别为 ξ_i 、 \mathbf{m}_i 、 \mathbf{k}_i , 为方便组装, 同时定义 $\bar{\mathbf{m}}_i$ 、 $\bar{\mathbf{k}}_i$ 、 $\bar{\mathbf{c}}_i$ 为相应单元矩阵的 n 阶方阵 (n 为结构自由度数)。每个单元的阻尼矩阵 \mathbf{c}_i 采用瑞利假定:

$$\mathbf{c}_i = \alpha_i \mathbf{m}_i + \beta_i \mathbf{k}_i \quad (17)$$

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{c}}_i, \quad \mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{m}}_i, \quad \mathbf{K} = \sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{k}}_i \quad (18)$$

为得到式 (17) 中的单元组合系数, 先将其在振型向量上投影得:

$$\phi_j^T \bar{\mathbf{c}}_i \phi_j = \alpha_i \phi_j^T \bar{\mathbf{m}}_i \phi_j + \beta_i \phi_j^T \bar{\mathbf{k}}_i \phi_j \quad (19)$$

i 单元的阻尼比为:

$$\xi_i = \frac{\phi_j^T \bar{\mathbf{c}}_i \phi_j}{2\omega_j \phi_j^T \bar{\mathbf{m}}_i \phi_j} \quad (20)$$

将 (20) 带入 (19) 得:

$$2\omega_j \xi_i = \alpha_i + \beta_i \frac{\phi_j^T \bar{\mathbf{k}}_i \phi_j}{\phi_j^T \bar{\mathbf{m}}_i \phi_j} \quad (21)$$

根据黄吉锋 (2008) 提出的无阻尼条件下基于能量守恒关系的假定得出:

$$\frac{\phi_j^T \bar{\mathbf{k}}_i \phi_j}{\phi_j^T \bar{\mathbf{m}}_i \phi_j} \approx \frac{\phi_j^T \mathbf{K} \phi_j}{\phi_j^T \mathbf{M} \phi_j} = \omega_j^2 \quad (22)$$

则式 (21) 可化简为:

$$2\omega_j \xi_i = \alpha_i + \beta_i \omega_j^2 (j = m, n) \quad (23)$$

进而由 (23) 解得每个单元的比例系数:

$$\begin{cases} \alpha_i \\ \beta_i \end{cases} = \frac{2\xi_i}{\omega_m + \omega_n} \begin{cases} \omega_m \omega_n \\ 1 \end{cases} \quad (24)$$

其中, ξ_i 是单元自身的阻尼比, 可根据单元材料选取, ω_m 、 ω_n 为整体结构无阻尼系统最大两个等效质量对应的自振频率。

由式 (17) 可以确认结构中所有单元的阻尼矩阵, 进而得到整体结构的阻尼矩阵, 对于组合结构, 虽然每个单元的阻尼矩阵 \mathbf{c}_i 是比例的, 但 \mathbf{C} 一般是非比例的。

易证明, 上述两种组装方法对于剪切型组合结构具有等价性, 其中, 分区域组装方法对于分区规则的组合结构效率更高; 而分单元组装方法的适用范围更广, 不仅可以用于串联和并联型剪切型组合结构, 还可用于更复杂的杆系组合结构和空间组合结构。

2.2 串并联剪切型组合结构振型阻尼比求解

采用振型分解法时, 相比于构建结构的整体阻尼矩阵, 直接求解振型阻尼比的方法具有原理简明, 操作方便的优点。对于组合结构, 目前通常采用应变能方法求解其振型阻尼比。

下面首先简述常用的基于单元刚度阻尼模型的应变能阻尼比法, 进而类比该方法, 以单元瑞利阻尼模型为基础提出一种新的应变能阻尼比求解方法。

(1) 基于单元刚度阻尼模型的应变能阻尼比

设 u_{ij} 、 \dot{u}_{ij} 为第 j 振型第 i 单元的位移与速度向量:

$$u_{ij} = \varphi_{ij} \sin(\omega_j t + \theta_j) \quad (25)$$

$$\dot{u}_{ij} = \omega_j \varphi_{ij} \cos(\omega_j t + \theta_j) \quad (26)$$

其中 φ_{ij} 为单元的振型向量, ω_j 、 θ_j 为第 j 阶振型的自振频率和相位角。

第 j 振型第 i 单元一个振动循环内的阻尼耗散能:

$$E_D(i, j) = \int_0^{2\pi} \omega_j \dot{u}_{ij}^T \mathbf{c}_i \dot{u}_{ij} dt = \pi \omega_j \varphi_{ij}^T \mathbf{c}_i \varphi_{ij} \quad (27)$$

若假定单元的阻尼矩阵和刚度矩阵成正比：

$$\mathbf{c}_i = \frac{2\xi_i}{\omega_j} \mathbf{k}_i \quad (28)$$

ξ_i 为 i 单元的材料阻尼比，将式 (28) 带入 (27) 得：

$$E_D(i, j) = 2\pi\xi_i\phi_j^T \mathbf{k}_i \phi_j \quad (29)$$

第 j 振型第 i 单元的最大弹性应变能：

$$E_S(i, j) = \frac{1}{2} \mathbf{u}_{ij}^T \mathbf{k}_i \mathbf{u}_{ij} = \frac{1}{2} \phi_j^T \mathbf{k}_i \phi_j \quad (30)$$

整体结构的第 j 振型的阻尼比可以用所有单元的第 j 振型的总耗散能和总应变能计算：

$$\xi_j = \frac{\sum_{i=1}^N E_D(i, j)}{4\pi \sum_{i=1}^N E_S(i, j)} = \frac{\sum_{i=1}^N \xi_i \phi_j^T \mathbf{k}_i \phi_j}{\sum_{i=1}^N \phi_j^T \mathbf{k}_i \phi_j} = \frac{\sum_{i=1}^N \xi_i \phi_j^T \bar{\mathbf{k}}_i \phi_j}{\sum_{i=1}^N \phi_j^T \bar{\mathbf{k}}_i \phi_j} \quad (31)$$

式 (31) 即为基于单元刚度阻尼矩阵假定的应变能阻尼比，本文简称为“刚度应变能阻尼比”。该方法已被现行软件所广泛采用，因其能够明显地反映结构中不同材料的相对数量、分布关系以及各部分参与振动的程度，故非常适用于求解组合结构的振型阻尼比。

需要注意的是，对于本文中的并联剪切型组合结构模型，由于其相同层中不同材料单元的振型向量相同，故最终得出的振型阻尼比仅取决于结构的刚度分布，而与各层质量完全无关。

(2) 基于单元瑞利阻尼模型的应变能阻尼比

若每个单元的阻尼矩阵为瑞利阻尼矩阵，将式 (17) 带入式 (27)，可得到第 j 振型的阻尼比：

$$\xi_j = \frac{\sum_{i=1}^N E_D(i, j)}{4\pi \sum_{i=1}^N E_S(i, j)} = \frac{\omega_j \sum_{i=1}^N \phi_j^T \mathbf{c}_i \phi_j}{2 \sum_{i=1}^N \phi_j^T \mathbf{k}_i \phi_j} = \frac{\omega_j \sum_{i=1}^N \phi_j^T \bar{\mathbf{c}}_i \phi_j}{2 \sum_{i=1}^N \phi_j^T \bar{\mathbf{k}}_i \phi_j} \quad (32)$$

式 (32) 同样是一种基于能量原理的振型阻尼比求解方法，为区别式 (31)，本文称之为“基于单元瑞利阻尼模型的应变能阻尼比”，简称“瑞利应变能阻尼比”。

根据文献 (黄吉锋, 2014) 可知，瑞利阻尼模型存在着随振型阶次升高、阻尼比迅速增大的不合理现象，瑞利应变能阻尼比同样存在此现象，这会导致高阶振型的阻尼比有放大的趋势，从而造成其振型反应被低估。对于以剪切变形为主的多层组合结构，由于其高阶振型的影响很小，故采用式 (32) 的计算方法一般可以达到足够的计算精度。

下面证明式 (32) 与强迫解耦法的内在一致性。

在振型分解法中，模态阻尼矩阵和模态刚度矩阵的主对角线元素可表示为：

$$\phi_j^T \mathbf{C} \phi_j = \phi_j^T \left(\sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{c}}_i \right) \phi_j = \sum_{i=1}^n \phi_j^T \bar{\mathbf{c}}_i \phi_j = \sum_{i=1}^n \phi_j^T \mathbf{c}_i \phi_j \quad (33)$$

$$\phi_j^T \mathbf{K} \phi_j = \phi_j^T \left(\sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{k}}_i \right) \phi_j = \sum_{i=1}^n \phi_j^T \bar{\mathbf{k}}_i \phi_j = \sum_{i=1}^n \phi_j^T \mathbf{k}_i \phi_j \quad (34)$$

故振型阻尼比可表示为：

$$\xi_j = \frac{\omega_j \sum_{i=1}^N \varphi_{ij}^T \mathbf{c}_i \varphi_{ij}}{2 \sum_{i=1}^N \varphi_{ij}^T \mathbf{k}_i \varphi_{ij}} = \frac{\omega_j \phi_j^T \mathbf{C} \phi_j}{2 \phi_j^T \mathbf{K} \phi_j} = \frac{\omega_j C_j}{2K_j} = \frac{C_j}{2\omega_j M_j} \quad (35)$$

可见,若结构的整体阻尼矩阵采用式(18)组集而成,则强迫解耦法与瑞利应变能阻尼比法是等价的。

此外易证明,当 $\omega_m = \omega_n$ 时,式(17)与式(28)相等,即结构最大的两个等效质量对应的频率越接近,上述两种应变能阻尼比的差别就越小。

2.3 串并联剪切型组合结构综合阻尼比求解

在已知各振型阻尼比的前提下,采用吕凤伟(2008)提出的方法,可推导出基于各振型阻尼比的综合阻尼比计算公式:

$$\bar{\xi} = \frac{\sum_{j=1}^N M_{je}^2 S_{aj}^2 \xi_j}{\sum_{j=1}^N M_{je}^2 S_{aj}^2} \quad (36)$$

其中, M_{je} 为第 j 阶等效模态质, S_{aj} 为加速度反应谱上第 j 阶振型所对应的反应谱值。

由于 S_{aj} 和 M_{je} 相比是小量且随结构自振周期的变化不明显,故近似认为各 S_{aj} 相等,将式(36)右边分子分母同时除以结构总质量,可得:

$$\bar{\xi} = \frac{\sum_{j=1}^N \gamma_{mj}^2 \xi_j}{\sum_{j=1}^N \gamma_{mj}^2} \quad (37)$$

式中, γ_{mj} 为第 j 阶模态参与系数。设计软件中通常会给出多个自由度的振型参与系数,可采用 $\gamma_{mj} = \sum_{k=1}^n \gamma_{mjk}$ 计算, n 为每层考虑的自由度数。

分别采用2.2中的两种方法得到振型阻尼比,再由式(37)即可得到结构的两种综合阻尼比,本文称之为结构的刚度综合阻尼比 ξ_K 与瑞利综合阻尼比 ξ_R 。

与以往按照经验给出综合阻尼比的方法相比,式(37)得到的综合阻尼比具有明确的理论依据。而相比于瑞利应变能阻尼比,采用 ξ_R 则可明显消除阻尼比随着振型阶次升高而迅速增大的不合理现象。

3 算例

3.1 采用不同阻尼模型的组合结构时程分析算例

为评价上文不同阻尼模型的性能特点以及相应计算方法的精确度,选取两条天然波,一条人工波,采用三种方法对两个典型的组合结构层剪切模型进行线性时程分析。各方法操作过程如下:

方法 1: 按照式(18)建立整体结构的非比例阻尼矩阵矩阵,将运动方程转化为状态空间形式,采用复振型分解法进行求解;

方法 2: 采用式(31)得到各振型阻尼比,带入式(37)得到结构的刚度综合阻尼比 ξ_K ,

采用振型分解法求解；

方法 3：采用式 (32) 得到各振型阻尼比，带入式 (37) 得到结构的瑞利综合阻尼比 ξ_R ，采用振型分解法求解。

由于方法 1 具有理论上的精确性，故可用来验证方法 2 和方法 3 两种简化方法的计算精度。

算例 1

某串联剪切型组合结构共 5 层，由两个子结构组成，子结构 1 (1—3 层) 为混凝土结构，阻尼比 0.05，层质量 $4.0 \times 10^4 \text{kg}$ ，层刚度 $5.0 \times 10^7 \text{N/m}$ ；子结构 2 (4—5 层) 为钢结构，阻尼比 0.02，层质量 $2.0 \times 10^4 \text{kg}$ ，层刚度 $2.5 \times 10^7 \text{N/m}$ 。

算例 2

某并联剪切型组合结构由两个 5 层的子结构构成，子结构 1 为混凝土结构，阻尼比 0.05，层质量 $4.0 \times 10^4 \text{kg}$ ，层刚度 $5.0 \times 10^7 \text{N/m}$ ；子结构 2 为钢结构，阻尼比 0.02，层质量 $4.0 \times 10^4 \text{kg}$ ，层刚度 $5.0 \times 10^7 \text{N/m}$ 。

表 1 算例 1 组合结构的动力特性及振型阻尼比

Table 1 The dynamic properties and damping ratio of example 1

振型	1	2	3	4	5	综合阻尼比
自振周期	0.5340	0.2322	0.1386	0.1073	0.0962	-----
质量参与百分比	0.8506	0.0983	0.0411	0.0053	0.0047	-----
瑞利阻尼比	0.0375	0.0314	0.0593	0.0451	0.0803	0.0374
刚度阻尼比	0.0455	0.0293	0.0438	0.0272	0.0443	0.0543

表 2 算例 2 组合结构的动力特性及振型阻尼比

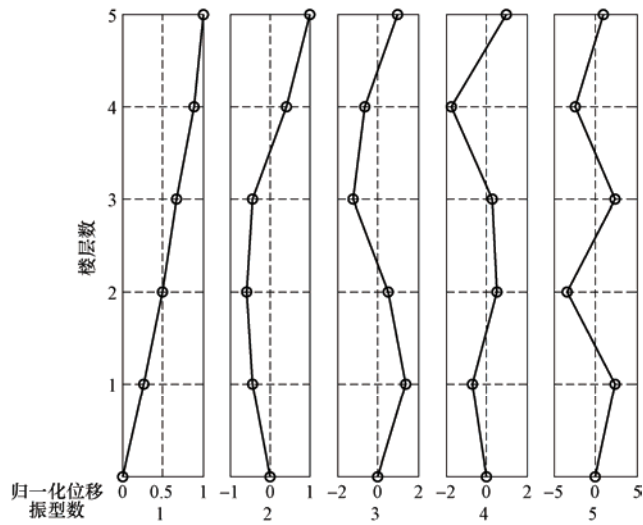
Table 2 The dynamic properties and damping ratio of example 2

振型	1	2	3	4	5	综合阻尼比
自振周期	0.7210	0.2470	0.1567	0.1220	0.1069	-----
质量参与百分比	0.8795	0.0872	0.0242	0.0075	0.0016	-----
瑞利阻尼比	0.0363	0.0387	0.0526	0.0647	0.0727	0.0363
刚度阻尼比	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400

由表 1 和图 3 可以看出，对于串联剪切型组合结构，刚度应变能阻尼比较好地反映了各振型中子结构的参与程度，对于以混凝土子结构振动为主的第 1 振型，其振型阻尼比接近于混凝土的阻尼比 0.05，而对于以钢结构的振动为主第 4 振型，其振型阻尼比接近于钢材的阻尼比 0.02，且所有振型阻尼比均介于 0.02—0.05 之间，与实际经验相符；瑞利应变能阻尼比在低阶振型较好的反映了整体结构的阻尼效果，但在高阶振型有明显放大的趋势。

由表 2 和图 4 可知，对于并联剪切型组合结构，结构的刚度分布比较均匀，各振型的刚度应变能阻尼比均相等，其具体值仅取决于各层单元的刚度分布，而完全不考虑质量的影响，故可能会造成一定的误差。

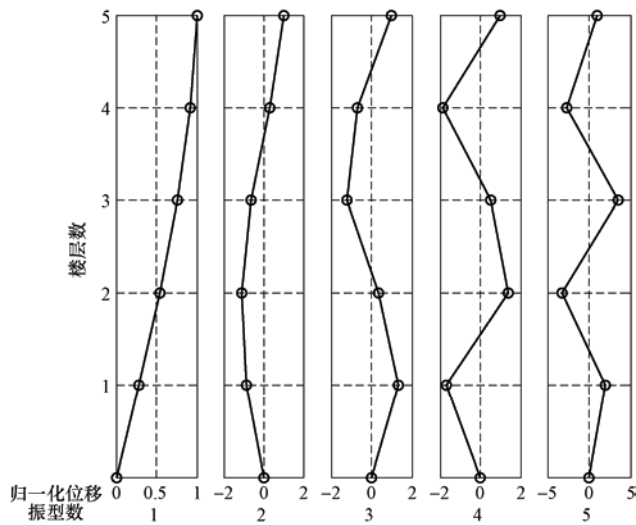
通过表 1 和表 2 可知，两个算例结构第 1 振型的质量参与百分比均超过 85%，从而导致两种综合阻尼比与对应的第 1 阶振型阻尼比相差不大。



注：归一化处理后，各振型顶层位移为 1。

图 3 算例 1 结构的振型图

Fig. 3 Structural mode shape of example 1



注：归一化处理后，各振型顶层位移为 1。

图 4 算例 2 结构的振型图

Fig. 4 Structural mode shape of example 2

表 3 算例 1 的动力时程分析结果

Table 3 The results of dynamic time-history analysis of example 1

阻尼计算方法	方法 1	方法 2	方法 3	阻尼计算方法	方法 1	方法 2	方法 3
地震波	顶层位移包络 (m)			地震波	顶层位移包络 (m)		
CHICHI 波 ($T_g=0.25s$)	0.0118	0.0109	0.0118	人工波 ($T_g=0.40s$)	0.0144	0.0127	0.0140
KOBE 波 ($T_g=0.50s$)	0.0238	0.0213	0.0235				

注： T_g 为地震波的特征周期。

表 4 算例 2 的动力时程分析结果

Table 4 The results of dynamic time-history analysis of example 2

阻尼计算方法	方法 1	方法 2	方法 3	阻尼计算方法	方法 1	方法 2	方法 3
地震波	顶层位移包络 (m)			地震波	顶层位移包络 (m)		
CHICHI 波 ($T_g=0.25s$)	0.0287	0.0273	0.0286	人工波 ($T_g=0.40s$)	0.0144	0.0139	0.0142
KOBE 波 ($T_g=0.50s$)	0.0192	0.0185	0.0191				

注： T_g 为地震波的特征周期。

由表 3、4 可知，对于算例 1，采用不同算法得到的顶层位移包络值最大误差为 13.4%，算例 2 为 5.13%，相差不大，且方法 1 和方法 3 的结果更为接近，这表明对于剪切型组合结构，通过选用合理的综合阻尼比并采用振型分解法求解，可以达到和复振型分解法相近的精度，而前者在原理上更加简便且计算量要小得多。此外，对于多层剪切型组合结构，在振型分解法中采用 ξ_R 较 ξ_K 的计算精度更高。

3.2 综合阻尼比随子结构质量比、刚度比的变化规律

下面以算例中的组合结构模型为例，定义子结构 1 和子结构 2 的层质量之比为 m_1/m_2 ，子结构 1 和子结构 2 的层刚度之比为 k_1/k_2 ，分析当子结构质量比和刚度比变化时，串联、并联剪切型组合结构综合阻尼比的变化情况。

(1) 串联剪切型组合结构

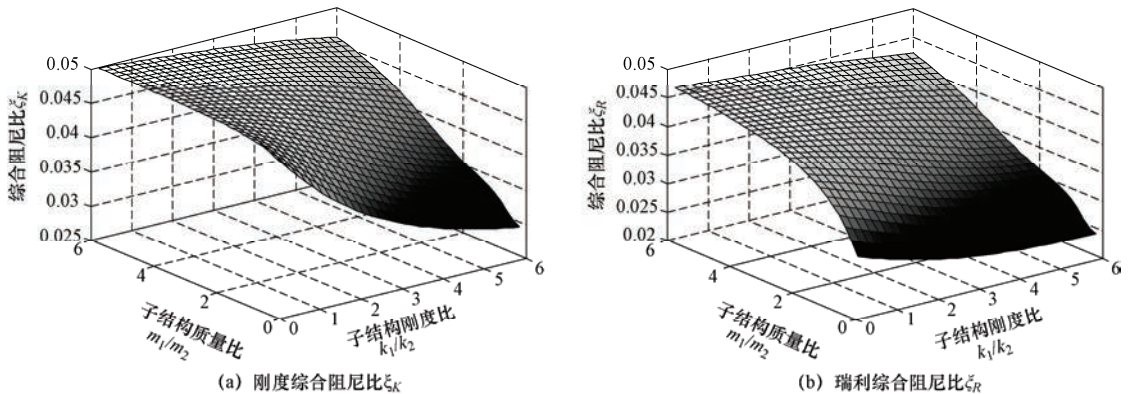


图 5 串联结构综合阻尼比 ξ_K 和 ξ_R 的变化曲线

Fig. 5 The variation curve of general damping ratio ξ_K and ξ_R in series connection composite structure

由图 5 可以看出，对于串联剪切型组合结构模型，当 m_1/m_2 较大而 k_1/k_2 较小时， ξ_K 和 ξ_R 更接近于子结构 1 的阻尼比； m_1/m_2 较小而 k_1/k_2 较大时， ξ_K 和 ξ_R 更接近于子结构 2 的阻尼比，这与实际经验是一致的。

进一步对比图 5 (a)、(b) 可以发现：当 k_1/k_2 较小时， ξ_K 对于 m_1/m_2 的敏感度较差； m_1/m_2 较小时， ξ_R 对于 k_1/k_2 的敏感度较差；而 k_1/k_2 或 m_1/m_2 较大时，二者的变化规律趋于一致； m_1/m_2 和 k_1/k_2 均较小时，二者差别较大，但由于子结构 1 位于下部，故此类情况在实际中并不常见。整体看来， ξ_R 的数值普遍小于 ξ_K ，用于设计时安全性更好。

(2) 并联剪切型组合结构

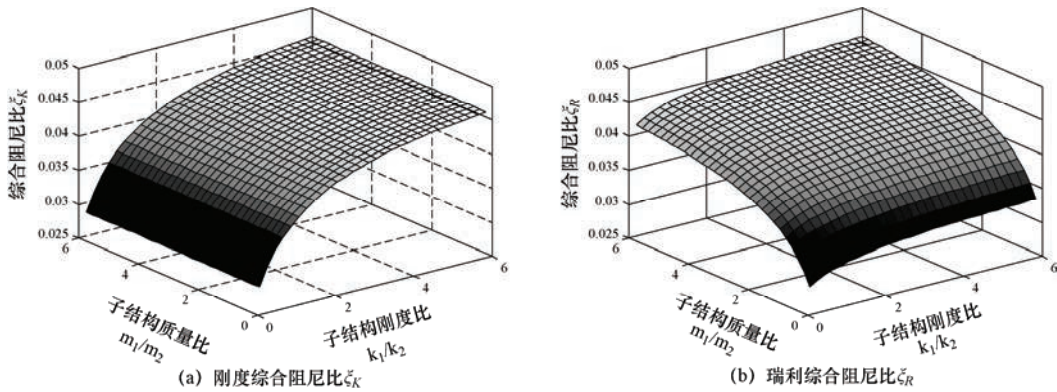


图 6 并联结构综合阻尼比 ξ_K 和 ξ_R 的变化曲线

Fig. 6 The variation curve of general damping ratio ξ_K and ξ_R in parallel connection composite structure

从图 6 可以看出, 对于并联剪切型组合结构模型, 当 m_1/m_2 和 k_1/k_2 均较大时, ξ_K 和 ξ_R 接近于子结构 1 的阻尼比; m_1/m_2 和 k_1/k_2 均较小时, ξ_K 和 ξ_R 接近于子结构 2 的阻尼比。

对比图 6 (a)、(b) 可以发现, 由于并联剪切型组合结构模型的 ξ_K 仅由 k_1/k_2 决定, 故和 ξ_R 相比, ξ_K 在 k_1/k_2 较高时容易偏大, 而在 m_1/m_2 较高时容易偏小, 又因为子结构 1 位于下部, 故这两类情况在实际中均可能出现。因此建议在设计中采用考虑了质量和刚度共同影响的瑞利综合阻尼比 ξ_R 。

4 结论

(1) 提出了一种基于单元瑞利阻尼模型的应变能阻尼比, 这种应变能阻尼比在低阶振型时能够较好地反映组合结构中不同部分的综合阻尼效应; 且当结构的整体阻尼矩阵为单元瑞利阻尼矩阵组集而成时, 该方法与传统的强迫解耦法是等价的。

(2) 提出了具有明确理论依据的综合阻尼比计算公式, 并基于应变能阻尼比得到了相应的刚度综合阻尼比和瑞利综合阻尼比。算例分析表明, 对于常见的以剪切变形为主的多层组合结构, 瑞利综合阻尼比相对于刚度综合阻尼比具有更好的计算精度和适用性, 其计算结果与复振型分解法十分接近。

(3) 本文所涉及的方法仅适用于以剪切变形为主的多层串并联组合结构, 包括多层工业与民用建筑, 多跨不等高厂房等; 对于以弯曲变形为主的高层组合结构、空间不规则组合结构、减隔震结构等也可作为参考, 但其计算精度和适用性尚有待于进一步研究。

参考文献

- 淡丹辉, 孙利民, 2007. 结构动力有限元分析的阻尼建模及评价. 振动与冲击, **26** (2): 121—123.
- 党育, 韩建平, 杜永峰等, 2014. 结构动力分析的 Matlab 实现. 北京: 科学出版社.
- 董军, 2000. 结构动力学分析阻尼模型研究. 世界地震工程, **16** (4): 63—69.
- 杜永峰, 张尚荣, 李慧, 2012. 多级串联非比例阻尼隔震结构地震响应分析. 西北地震学报, **34** (4): 319—323.
- 桂国庆, 何玉敖, 1994. 非比例阻尼结构体系近似解耦分析中的误差研究. 工程力学, **11** (4): 40—45.

- 黄吉锋, 周锡元, 2008. 钢—混凝土混合结构地震反应分析的 CCQC 和 FDCQC 方法及其应用. 建筑结构, **38** (10): 44—49.
- 黄吉锋, 2014. 全频校准的钢-砼混合结构 Rayleigh 阻尼模型及其对比分析. 第二十三届全国高层建筑结构学术会议论文.
- 李创第, 黄天立, 李曦等, 2003. 带 TMD 结构随机地震响应分析的复模态法. 振动与冲击, **22** (1): 36—46.
- 吕凤伟, 曹双寅, 2008. 用拉普拉斯变换方法求解轻钢加层结构的折算阻尼比. 第九届全国建筑物鉴定与加固改造学术会议论文.
- 孙仁范, 魏琏, 刘维亚等, 2014. 抗震设计中组合结构应变能阻尼比的计算方法. 建筑结构, **44** (6): 23—26.
- 汪大绥, 周建龙, 2010. 我国高层建筑钢-混凝土混合结构发展与展望. 建筑结构学报, **31** (6): 62—70.
- 武藤清著, 滕家禄译, 1984. 结构物动力设计. 北京: 中国建筑工业出版社.
- 杨全胜, 2013. 钢与钢筋混凝土混合结构的等效阻尼比分析研究. 兰州: 兰州理工大学.
- 俞瑞芳, 2006. 非比例阻尼线性系统随机地震输入下的动力反应分析. 北京: 北京工业大学.
- 中华人民共和国行业标准, 2002. 高层建筑混凝土结构技术规程 (JGJ 3—2002). 北京: 中国建筑工业出版社.
- 中华人民共和国行业标准, 2001. 型钢混凝土组合结构技术规程 (JGJ 138—2001). 北京: 中国建筑工业出版社.
- 中华人民共和国行业标准, 2010. 空间网格结构技术规程 (JGJ7—2010). 北京: 中国建筑工业出版社.
- 中华人民共和国国家标准, 2010. 建筑抗震设计规范 (GB 50011—2010). 北京: 中国建筑工业出版社.
- Chopra A. K. 著, 谢礼立, 吕大刚译, 2005. 结构动力学. 北京: 高等教育出版社.
- Foss F. K., 1958. Co-ordinates Which Uncouple the Linear Dynamic Systems. ASME, **24**: 361—364.
- Harris C.M. and Credle C. E., 1976. Shock and Vibration Hand Book, Second Edition. McGraw-Hill Inc.
- Hurty W. C. and Rubinstein M. F., 1994. Dynamics of Structures. McGraw-Hill Inc.

Discussion of the Reasonable General Damping Ratio of Multilayer Shearing Type Composite Structure under Seismic Action

Chen Xiangcheng, Yan Weiming, Li Hongquan and Peng Lingyun

(Beijing Key Lab of Earthquake Engineering and Structural Retrofit, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract We proposed a new type strain-energy modal damping ratio based on the element Rayleigh damping model, and proved its consistency with the forced decomposition method under the specified structure damping matrix. We also derived a calculating formula of general damping ratio with clear theoretical foundation and deduced the stiffness general damping ratio and Rayleigh general damping ratio based on the corresponding strain-energy modal damping ratio. The time-history analysis of example structures with complex decomposition method and mode superposition method under seismic load are carried out, and the results show that the Rayleigh general damping ratio has a good calculation accuracy and applicability with normal multi-story composite structures dominated by shearing deformation.

Key words: Composite structure; Strain-energy damping; Complex decomposition method; Rayleigh general damping ratio